रोल नं.
Roll No. | | | | | | | | |

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 8
No. of printed pages : 8

128

428 (IOV)

2022

गणित

MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 Hours]

[पूर्णांक : 100
[Max. Marks : 100

निर्देश : (i) इस प्रश्न-पत्र में कुल 28 प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(ii) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न है जो छः खण्डों में विभक्त है। प्रत्येक खण्ड एक अंक का है। प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गये हैं। सही विकल्प अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिये।

(iii) प्रश्न संख्या 2 से 5 तक प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है। प्रश्न संख्या 6 से 13 तक प्रत्येक प्रश्न दो अंकों का है, प्रश्न संख्या 14 से 21 तक प्रत्येक प्रश्न चार अंकों का है तथा प्रश्न संख्या 22 से 28 तक प्रत्येक प्रश्न छः अंकों का है।

(iv) प्रश्नपत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि 2 अंकों वाले दो प्रश्नों में, 4 अंकों वाले तीन प्रश्नों में और 6 अंकों वाले चार प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों के केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।

(v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

Note : (i) There are in all 28 questions in this question paper. **All** questions are **compulsory**.

(ii) Question No. 1 is multiple choice question, divided into six parts. Each part carry one mark. Four options are given in each part of question. Write the correct option in your answer book.

(iii) Question No. 2 to 5 carry one mark each. Question No. 6 to 13 carry two marks each, Question No. 14 to 21 carry four marks each and Question No. 22 to 28 carry six marks each.

(iv) There is no overall choice in question paper, however, an internal choice has been provided in two questions of 2 marks, three questions of 4 marks and four questions of 6 marks. You have to attempt only one of the given choices in such questions.

(v) Use of calculator is not permitted.

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

1. (क) मान लीजिए कि समुच्चय N (प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय) में, $R=\{(a, b):a=b-2, b>6\}$ द्वारा प्रदत्त संबंध R है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए : 1

Let R be the relation in the set N (set of natural numbers) given by $R=\{(a,b) : a = b-2, b> 6\}$. Choose the correct answer -

(a) $(2, 4) \in R$ (b) $(3, 8) \in R$ (c) $(8, 7) \in R$ (d) $(6, 8) \in R$

(ख) यदि A एक 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है, तो $|kA|$ का मान होगा - 1

Let A be a square matrix of order 3×3, then $|kA|$ is equal to -

(a) $k|A|$ (b) $k^2|A|$ (c) $3k|A|$ (d) $k^3|A|$

(ग) यदि शून्येत्तर सदिश $\vec{a}$ का परिमाण 'a' है और λ एक शून्येत्तर अदिश है, तो $\lambda\vec{a}$ एक मात्रक सदिश है यदि- 1

If $\vec{a}$ is a non zero vector of magnitude 'a' and λ a non zero scalar, then $\lambda\vec{a}$ is unit vector if -

(a) $\lambda = 1$ (b) $\lambda = -1$ (c) $a = |\lambda|$ (d) $a = \frac{1}{|\lambda|}$

(घ) अवकल समीकरण $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है- 1

Order of the differential equation $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$ is -

(a) 2 (b) 1 (c) 0 (d) परिभाषित नहीं है (not defined)

(ङ) $\int x^2e^{x^3}dx$ बराबर है - 1

$\int x^2e^{x^3}dx$ equals :

(a) $\frac{1}{3}e^{x^2} + C$ (b) $\frac{1}{2}e^{x^3} + C$ (c) $\frac{1}{3}e^{x^3} + C$ (d) $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$

(च) यदि $\sin^{-1} x = y$, तो - 1

If $\sin^{-1} x = y$, then

(a) $0 \le y \le \pi$ (b) $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$ (c) $0 < y < \pi$ (d) $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$

2. क्या f : **R→N** में परिभाषित फलन $f(x)=x^2$ बहुएक है? कारण बताइए। 1

Is the function defined by $f(x) = x^2$ in f : **R→N** many-one? Give reason.

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

3. यदि $x^y=10$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 1

If $x^y=10$, then find $\frac{dy}{dx}$.

4. $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 1

Find the principal value of $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$.

5. फलन $2x.\sin(x^2+1)$ का 'x' के सापेक्ष समाकलन ज्ञात कीजिए। 1

Integrate the function $2x.\sin(x^2+1)$ with respect to 'x'.

6. $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find the value of $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

7. सरल कीजिए - 2

Simplify - $\cos\theta\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}+\sin\theta\begin{bmatrix}\sin\theta & -\cos\theta\\ \cos\theta & \sin\theta\end{bmatrix}$

8. $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $y=\cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, $-1<x<1$. 2

Find $\frac{dy}{dx}$, if $y=\cos^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$, $-1<x<1$.

9. यदि $e^y(x+1)=1$ है तो दर्शाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2}=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ है। 2

If $e^y(x+1)=1$, show that $\frac{d^2y}{dx^2}=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$.

अथवा (OR)

यदि $x=a(\theta-\sin\theta)$, $y=a(1+\cos\theta)$ है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

If $x=a(\theta-\sin\theta)$, $y=a(1+\cos\theta)$, then find $\frac{dy}{dx}$.

10. $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए, यदि $y^x=x^y$. 2

Find $\frac{dy}{dx}$, if $y^x=x^y$.

downloaded from StudentSuvidha.com
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

11. $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$.

12. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 2

Find the general solution of differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$.

13. सदिश $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ का, सदिश $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

Find the projection of the vector $\hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on the vector $7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$.

अथवा (OR)

दिए हुए सदिशों $\bar{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ और $\bar{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के लिए, सदिश $\bar{a} \times \bar{b}$ का मान ज्ञात कीजिए।

For given vectors, $\bar{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\bar{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, find the value of the vector $\bar{a} \times \bar{b}$.

14. सिद्ध कीजिए कि पूर्णांकों के समुच्चय Z में R = {(a, b) : संख्या 2, (a − b) को विभाजित करती है} द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है। 4

Show that the relation R in the set Z of integers given by R = {(a, b) : 2 divides (a − b)} is an equivalence relation.

अथवा (OR)

प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय N में एक द्विआधारी संक्रिया ∗, a ∗ b= a तथा b का LCM (ल0स0प0) द्वारा परिभाषित है। क्या ∗ साहचर्य है? N में ∗ का तत्समक अवयव भी ज्ञात कीजिए।

In a set of natural numbers N, a binary operation ∗, defined by a ∗ b = L.C.M. of a and b. Is ∗ associative? Find the identity element of ∗ in N.

StudentSuvidha.com
downloaded from

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

15. यदि $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, B = [1 3 −6] है, तो सत्यापित कीजिए (AB)' = B'A' है। 4

If $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, B = [1 3 −6] , verify that (AB)' = B'A' .

16. λ के किस मान के लिए -

$$f(x) = \begin{cases} \lambda(x^2 - 2), & \text{यदि } x \le 0 \\ 4x + 1, & \text{यदि } x > 0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन x=0 पर संतत है। 4

For what value of λ is the function defined by-

$$f(x) = \begin{cases} \lambda(x^2 - 2), & \text{if } x \le 0 \\ 4x + 1, & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

Continuous at x = 0 ?

अथवा (OR)

x के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए $y=[x(x-2)]^2$ एक वर्धमान फलन है।

Find the values of x for which $y=[x(x-2)]^2$ is an increasing function.

17. $\int \sqrt{1+3x-x^2}\, dx$ ज्ञात कीजिए। 4

Find $\int \sqrt{1+3x-x^2}\, dx$.

अथवा (OR)

$\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$.

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

18. $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$.

19. यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ तो सदिश $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 4

If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}$, find a unit vector parallel to the vector $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$.

20. बिन्दुओं P(2, 5,−3), Q (−2,−3, 5) और R (5,3,−3) से जाने वाले समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। 4

Find the vector equations of the plane passing through the points P(2, 5,−3), Q(−2,−3, 5) and R(5,3,−3).

21. यदि A और B स्वतंत्र घटनाएं हैं तथा P(A) = 0.35 और P(B) = 0.45 तब $P(A \cap B)$ तथा $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

If A and B are independent events and P(A) = 0.35 and P(B) = 0.45, then find $P(A \cap B)$ and $P(A \cup B)$.

22. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए- 6

Solve the following system of linear equations, using matrix method-

$x - y + 2z = 7$

$3x + 4y - 5z = -5$

$2x - y + 3z = 12$

23. शत्रु का एक अपाचे हेलिकॉप्टर वक्र $y = x^2 + 7$ के अनुदिश प्रदत्त पथ पर उड़ रहा है। बिन्दु (3,7) पर स्थित एक सैनिक अपनी स्थिति से न्यूनतम दूरी पर उस हेलिकॉप्टर को गोली मारना चाहता है। न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

An Apache helicopter of enemy is flying along the curve given by $y = x^2 + 7$. A soldier, placed at (3,7), wants to shoot down the helicopter when it is nearest to him. Find the nearest distance.

अथवा (OR)

वक्र $ay^2 = x^3$ के बिन्दु (am^2, am^3) पर स्पर्श रेखा व अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the tangent and normal at the point (am^2, am^3) for the curve $ay^2 = x^3$.

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

24. समाकलन का प्रयोग करते हुए दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 6

Using integration, find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

25. किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है। इस बैंक में ₹ 1000 जमा कराये जाते हैं। ज्ञात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जायेगी? ($e^{0.5}$= 1.648). 6

In a bank, principal increases continuously at the rate of 5% per year. An amount of ₹ 1000 deposited with this bank. How much will it worth after 10 years. ($e^{0.5}$= 1.648).

अथवा (OR)

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+\frac{2xy}{(1+x^2)}=\frac{1}{(1+x^2)^2}$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया हुआ है कि y=0 जबकि x=1.

Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx}+\frac{2xy}{(1+x^2)}=\frac{1}{(1+x^2)^2}$, given that y=0 when x=1.

26. रेखाओं $\bar{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ और $\bar{r}=(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 6

Find the shortest distance between the lines $\bar{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ and $\bar{r}=(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$.

अथवा (OR)

तलों x+y+z=1 और 2x+3y+4z=5 के प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाने वाले तथा तल x−y+z=0 पर लम्बवत तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes x+y+z=1 and 2x+3y+4z=5 which is perpendicular to the plane x−y+z=0.

27. आलेखीय विधि से निम्न अवरोधों के अन्तर्गत z=5x+10y का न्यूनतमीकरण एवं अधिकतमीकरण ज्ञात कीजिए- 6

By graphical method, minimize and maximise z=5x+10y under the following constraints :

$x+2y \le 120,$

$x+y \ge 60$

$x - 2y \ge 0$

$x, y \ge 0.$

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

28. एक बोल्ट बनाने के कारखाने में मशीनें (यंत्र) A, B और C कुल उत्पादन का क्रमशः 25%, 35% और 40% बोल्ट बनाती हैं। इन मशीनों के उत्पादन का क्रमशः 5, 4 और 2 प्रतिशत भाग खराब (त्रुटिपूर्ण) है। बोल्टों के कुल उत्पादन में से एक बोल्ट यादृच्छया निकाला जाता है और वह खराब पाया जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बोल्ट मशीन A द्वारा बनाया गया है? 6

In a factory which manufactures bolts, machine A, B and C manufacture respectively 25%, 35% and 40% of the bolts. Of their outputs, 5, 4 and 2 percent are respectively defective bolts. A bolt is drawn at random from the product and is found to be defective. What is the probability that it is manufactured by the machine A?

अथवा (OR)

एक छात्रावास में 60% विद्यार्थी हिन्दी का, 40% अंग्रेजी का और 20% दोनों अखबार पढ़ते हैं। एक छात्र को यादृच्छया चुना जाता है। 2+2+2=6

(क) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह न तो हिन्दी और न ही अंग्रेजी अखबार पढ़ता है।

(ख) यदि वह हिन्दी का अखबार पढ़ता है तो उसके अंग्रेजी का अखबार भी पढ़ने वाला होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ग) यदि वह अंग्रेजी का अखबार पढ़ता है तो उसके हिन्दी का अखबार भी पढ़ने वाला होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

In a hostel, 60% of the students read Hindi newspaper, 40% read English newspaper and 20% read both Hindi and English newspaper. A student is selected at random.

(a) Find the probability that he reads neither Hindi nor English newspapers.

(b) If he reads Hindi newspaper, find the probability that he reads English newspaper.

(c) If he reads English newspaper, find the probability that he reads Hindi newspaper.

*****

StudentSuvidha.com
downloaded from

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com